



MICKAËL LAUNAY

**MARELE
ROMAN
AL
MATEMATICII**

DIN PREISTORIE ÎN ZILELE NOASTRE

Traducere din limba franceză de
Pompiliu Alexandru

3
TREI

Cuprins

1. Matematicieni, fără să vrea	11
2. Și a apărut numărul	26
3. Nimeni nu intră aici dacă nu este geometru.....	41
4. Epoca teoremelor	57
5. Un pic de metodă.....	78
6. De la π la și mai și.....	92
7. Nimic și mai puțin decât nimic	108
8. Puterea triumfiurilor.....	122
9. Spre o necunoscută	142
10. Șiruri.....	155
11. Lumile imaginare	167
12. Un limbaj pentru matematică	183
13. Alfabetul lumii	202
14. Infinitul mic	217
15. Măsurarea viitorului	232
16. Apariția mașinilor	252
17. Matematicile viitorului	271
18. Epilog	291
19. Pentru a merge mai departe	295
20. Bibliografie	299

— *Din păcate, mereu am fost slabă la matematică!*

Sunt puțin cam descurajat. Cred că este a zecea oară când aud această frază pe ziua de azi.

Și totuși, iată că a trecut mai mult de un sfert de oră de când această doamnă s-a oprit la standul meu, printre alți trecători, și ascultă atent cum prezint diverse curiozități geometrice. Și în acest moment a venit lovitura de grație:

— *De fapt, cu ce vă ocupați dumneavoastră? m-a întrebat ea.*

— *Sunt matematician.*

— *Din păcate, mereu am fost slabă la matematică!*

— *Chiar așa? Cu toate astea, ceea ce povesteam părea că vă interesează.*

— *Da... dar aici nu e vorba chiar de matematică... înțeleg ceea ce spuneți.*

Hopa, pe asta nu am mai auzit-o până acum. Matematica ar fi, prin definiție, o disciplină pe care nu o putem înțelege?

Suntem la începutul lui august, pe strada Félix Faure, la Flotteen-Ré. În acest mic târg estival, am la dreapta mea un stand de tatuaje cu hena și șuvițe africane, la stânga — un vânzător de accesorii pentru telefoane mobile, iar în fața mea, o tarabă cu bijuterii și gablonzuri de toate felurile. Între toate acestea, mi-am instalat și eu standul de matematică. În răcoarea serii, turiștii se perindă liniștiți. Îmi place în mod deosebit să fac matematică în locuri neobișnuite, mai ales acolo unde oamenii se așteaptă cel mai puțin să o întâlnească. Într-un mediu unde nu sunt inhibați...

— Când le-oi spune părinților că am făcut matematică în timpul vacanței..., îmi zice în treacăt un licean, venind de la plajă.

E adevărat, nu iau oamenii prea în serios, dar îi iau așa cum sunt. Unul dintre momentele mele preferate este să observ expresiile celor care se considerau iremediabil certați cu matematica, atunci când le arăt că tocmai au făcut matematică timp de un sfert de oră. Iar standul meu nu se golește! Le prezint origami, magie, jocuri, enigme... Am de toate, pentru toate gusturile și pentru toate vârstele.

Mă distrez, dar în adâncul meu sunt dezamăgit. Cum s-a ajuns, oare, ca oamenii să nu-și dea seama că a face matematică poate fi o plăcere? De ce cuvântul „matematică” generează atâta frică? Cu siguranță că, dacă aș fi pus deasupra mesei o pancartă pe care aș fi scris „Matematică” — așa cum sunt la standurile din jurul meu „Bijuterii și coliere”, „Telefoane” sau „Tatuaje” —, nu aș fi avut nici măcar un sfert din succesul pe care îl am. Lumea nu s-ar fi oprit. Poate că m-ar fi ocolit, întorcând privirea. Totuși curiozitate există. Constat acest lucru în fiecare zi. E adevărat că matematica provoacă frică, dar fascinează cu mult mai mult. Nu ne place, dar jinduim să ne placă! Sau, cel puțin, să fim capabili să aruncăm un ochi indiscret spre miezul misterelor sale adânci. O considerăm inaccesibilă. Dar nu este așa! Putem foarte bine să iubim muzica fără să fim muzicieni sau să apreciem o masă gustoasă fără să fim mari bucătari. Atunci de ce ar trebui să fii matematician sau să ai o inteligență excepțională pentru a pleca urechea la povestea matematicii ori să-ți gâdili spiritul cu algebra sau geometria? Nu e necesar să intri în detalii tehnice pentru a înțelege marile idei și pentru a putea să te minunezi de ele.

Încă din negura timpurilor au existat numeroși artiști, creatori, inventatori, artizani sau pur și simplu visători și curioși care au făcut matematică fără să știe. Erau matematicieni, în ciuda tuturor aparențelor! Au fost primii care au pus întrebări, care au cercetat, primii care și-au pus mintea la treabă. Dacă dorim să înțelegem esența matematicii, trebuie să pornim pe urmele acestora, căci cu ei a început totul.

Așadar, a venit timpul să începem călătoria. Dacă sunteți de acord, permiteți-mi ca în următoarele pagini să vă însoțesc prin hățișurile uneia dintre disciplinele cele mai fascinante și uimitoare pe care le-a creat specia umană. Să-i cunoaștem pe cei care au contribuit la istoria sa prin descoperiri neașteptate și idei fabuloase!

Să deschidem împreună Marele roman al matematicii!

Matematicieni, fără să vrea

Revenit la Paris, am decis să deschid cercetarea noastră pornind din inima capitalei, de la muzeul Luvru. Să faci matematică la Luvru? Asta ar putea să pară cam deplasat. Fosta rezidență regală este astăzi mai degrabă domeniul pictorilor, sculptorilor, arheologilor sau istoricilor decât al matematicienilor. Cu toate acestea, aici ne pregătim să căutăm primele urme matematice.

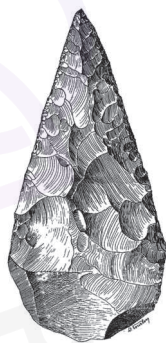
Încă de la intrare ne întâmpină marea piramidă de sticlă care tronează în centrul curții Napoleon, iar asta este deja o invitație la geometrie. Dar astăzi avem întâlnire cu un trecut mult mai îndepărtat. Intru în muzeu și mașina timpului pornește. Merg prin fața regilor Franței, pășesc spre Renaștere și Evul Mediu pentru a ajunge, în sfârșit, la Antichitate. Trec dintr-o sală în alta, întâlnesc câteva statui romane, vase grecești și sarcofage egiptene. Merg mai departe. Iată că intru în preistorie și, trecând prin secole, încet-încet trebuie să uit totul. Să uităm numerele! Să uităm geometria! Să uităm scrierea! La început, nimeni nu știa nimic. Nici măcar că ar exista ceva de cunoscut.

Prima oprire este în Mesopotamia: iată-ne întorși cu zece mii de ani în urmă!

Dacă mă gândesc mai bine, aş fi putut merge şi mai departe. Să parcurgem peste un milion de ani pentru a ne regăsi în plin Paleolitic! Focul nu fusese încă domesticit în epoca aceea şi *Homo sapiens* nu era decât un proiect îndepărtat. Ne găsim pe teritoriul lui *Homo erectus* în Asia, a lui *Homo ergaster* în Africa şi poate al câtorva rude ale acestora, care ar merita descoperite. Este epoca pietrei cioplite, iar la modă este toporul din piatră.

Într-un colţ al taberei, cioplitorii se află la muncă. Unul dintre aceştia ia o bucată de silex, încă în formă brută, aşa cum a găsit-o cu câteva ore mai devreme. Se aşază direct pe pământ — probabil cu picioarele încrucişate —, pune piatra jos, o ţine cu o mână, iar cu cealaltă îi loveşte marginea cu o altă piatră mai mare. Sare o primă aşchie din ea. Omul observă rezultatul, răsuşeşte silexul şi îl loveşte a doua oară în altă parte. Primele două aşchii fiind astfel îndepărtate, lasă în loc o muchie tăioasă pe marginea silexului. Nu rămâne decât să repete operaţiunea pe toată circumferinţa pietrei. În câteva locuri, silexul este prea gros sau prea mare şi trebuie să-i fie îndepărtate părţile în plus pentru a da obiectului final forma dorită.

Acest lucru se întâmplă deoarece forma toporului nu este lăsată la întâmplare şi nici conform inspiraţiei de moment. Forma aceasta este gândită, prelucrată, transmisă din generaţie în generaţie. Şi ca atare, se găsesc diferite modele în funcţie de epoca şi locul fabricării lor. Uneori au forma unei picături de apă cu un vârf proeminent, alteori sunt mai rotunjite şi au profilul unui ou, în timp ce unele se aseamănă foarte mult cu un triunghi isoscel cu laturile uşor bombate.



Topor din
Paleoliticul
inferior

Indiferent de formă, toate aceste obiecte au un punct comun: o axă de simetrie. Să fi ajuns strămoșii noștri la această geometrie din motive practice sau au ales aceste forme doar din considerente estetice? E greu de știut acest lucru. Sigur este că această simetrie nu poate fi rezultatul întâmplării. Cioplitorul trebuia să-și premediteze loviturile. Adică trebuia să gândească forma finală înainte de a o realiza. Era necesar să-și construiască o imagine mentală, abstractă a obiectului care trebuia realizat. Cu alte cuvinte, trebuia să facă matematică.

După ce a terminat, cioplitorul își observă noua unealtă, o privește în lumină pentru a-i vedea mai bine curbele, reajustează câteva muchii prin două sau trei lovituri suplimentare și iată-l, în sfârșit, mulțumit. Ce simte, oare, în acest moment? Trăiește el deja acea exaltare formidabilă pe care o dă creația științifică? Adică are acel presentiment că știe, prin intermediul unei idei abstracte, cum să înțeleagă și cum să prelucreze lumea exterioară?

Dar nu prea contează asta acum; încă nu a sosit timpul marilor revelații ale abstractizării. Vremurile acelea aparțin pragmatismului. Toporul va fi utilizat pentru a doborî copacii, pentru a tăia carnea, pentru a găuri pieile sau pentru a săpa pământul.

Și totuși nu vom merge chiar atât de departe. Să lăsăm să doarmă acele timpuri străvechi și aceste interpretări poate prea îndrăznețe, pentru a reveni la ceea ce va fi adevăratul punct de plecare al aventurii noastre: regiunea mesopotamiană a celui de-al VIII-lea mileniu înaintea erei noastre.

De-a lungul Cornului Abundenței¹, revoluția neolitică a pornit din zona care acoperă aproape întreg teritoriul ce se va numi mai târziu Irak. De la un timp, oamenii au început să-și construiască aici așezări. Pe platourile din nord, sedentarizarea era deja un succes. Întreaga regiune devine laboratorul noilor invenții. Locuințele din chirpici formează primele sate și constructorii cei mai îndrăzneți își fac deja case cu un etaj. Agricultură devine tehnologie de vârf. Climatului generos permite cultivarea pământului fără a fi nevoie de sisteme artificiale de irigații. Treptat, se cultivă plante și sunt domesticate animale. Asistăm la momentul în care apare olăritul.

Ia te uită, vorbim deja despre olărit! Chiar dacă multe mărturii au dispărut în legătură cu aceste epoci pierdute

¹ Regiune fertilă din Orientul Apropiat, creată de albiile râurilor Eufrat și Tigru, delimitată de Deșertul Sirian la sud și de ținutul muntos din Anatolia la nord.

iremediabil în hățișurile timpului, arheologii încă fac mii de descoperiri: vase, vase, urcioare, platouri, boluri... În jurul meu vitrinele sunt pline cu aceste obiecte. Primele datează de acum 9 000 de ani și, trecând dintr-o sală în alta, suntem conduși de-a lungul secolelor, precum pietrele din *Petit Poucet*¹. Sunt obiecte de toate mărimile și de toate formele, divers decorate, sculptate, pictate sau gravate. Unele au picioare, altele au anse. Există expozate intacte, unele crăpate, altele sparte, reconstituite. Sunt și unele din care nu au rămas decât câteva fragmente împrăștiate.

Ceramica este prima artă care folosește focul, cu mult înaintea bronzului, a fierului sau a sticlei. Plecând de la argilă, această pastă de pământ maleabilă, care se găsește din abundență în zonele umede, artizanii olari pot să prelucraze obiectele după bunul lor plac. Atunci când le convine forma căpătată de obiect, nu mai trebuie decât să-l lase la uscat câteva zile, apoi să-l ardă la foc puternic, pentru a se întări. Tehnica este cunoscută de mult timp. Încă de acum 20 000 de ani se făceau statuete de mici dimensiuni. Odată cu sedentarizarea, oamenilor le-a venit ideea de a crea obiecte pentru traiul de zi cu zi. Noul mod de viață impune nevoia de depozitare și astfel se fabrică oale pentru treburile casnice.

Recipientele din pământ ars devin rapid obiecte indispensabile vieții de zi cu zi și necesare organizării colective a comunității. Mai mult, cu toate că vesela nu rezistă în timp, ea trebuie să fie frumoasă. În curând, ceramica

¹ Tom Degețel, povestire de tradiție orală, culeasă și făcută celebră de către Charles Perrault (N.r.).

va fi pictată și astfel apar diverse școli. Unele imprimă motive în argila încă proaspătă, cu ajutorul unei cochilii sau a unei simple rămurele. Altele, mai întâi ard vasele și apoi le decorează cu ajutorul pietrelor șlefuite. Iar alte școli pictează obiectele cu pigmenți naturali.

Parcurend sălile dedicate antichităților orientale, sunt izbit de bogăția motivelor geometrice imaginate de mesopotamieni. La fel ca în cazul topoarelor vechiului nostru cioplitor în piatră, anumite simetrii sunt mult prea ingenioase pentru a ne gândi că nu au fost premeditate. Îmi atrag în mod special atenția frizele care ornează marginile acestor vase.

Frizele sunt acele benzi orizontale, prezentând un motiv identic care se repetă pe toată circumferința vasului. Printre cele mai întâlnite sunt cele care au formă triunghiulară și sunt dispuse precum dinții de fierăstrău. Se găsesc, de asemenea, frize cu două fire care se înfășoară unul în jurul celuilalt. Urmează frizele în spic, frizele în nișe pătrate, în romburi ascuțite, în triunghiuri hașurate, în cercuri intersectate...

Trecând de la o epocă la alta, apar diferite mode. Anumite motive sunt foarte populare. Acestea sunt re-luate, transformate, îmbunătățite în multiple variante. Câteva secole mai târziu, iată-le abandonate și devenind *has been*, fiind înlocuite de altele, mai la modă.

Le privesc cum defilează, iar ochiul meu de matematician se trezește. Văd în aceste frize simetrii, rotații, translații. Atunci încep mental să le triez, să le aranjez. Câteva teoreme din anii de studiu îmi revin în memorie. Iată de

ce am nevoie: de clasificarea transformărilor geometrice. Îmi scot un carnet și un creion și încep să mâzgălesc.

Mai întâi există rotațiile. Am exact în fața ochilor o friză compusă din elemente imbricate, în formă de „S”. Îmi răsucesc capul pentru a mă convinge. Da, este sigur, aceasta este invariabilă la o semirotație. Dacă aș lua urciorul și l-aș răsuca cu gura în jos, forma frizei ar rămâne exact aceeași.



Apoi există simetriile. Acestea sunt de mai multe tipuri. Puțin câte puțin, îmi completez lista și încep o vânătoare de comori. Pentru fiecare transformare geometrică sunt în căutarea frizei corespunzătoare. Trec dintr-o sală într-alta, revin pe urmele mele... Anumite obiecte sunt deteriorate și trebuie să mijesc ochii pentru a încerca să reconstitui motivul încrustat pe această argilă acum câteva mii de ani. Când găsesc un motiv nou, îl bifez. Privesc datele pentru a încerca să reconstitui cronologia apariției lor.

Oare cam câte ar trebui să găsesc în total? Gândindu-mă puțin, reușesc, în sfârșit, să ajung la această faimoasă teoremă. Găsesc în total șapte categorii valabile. Șapte grupe de transformări geometrice diferite care pot să lase motivele invariabile. Niciuna în plus, niciuna în minus.

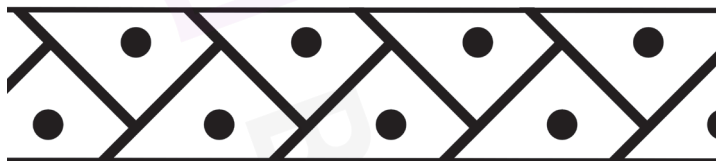
Bineînțeles că acest lucru nu era știut de mesopotamieni. E și normal: teoria despre care este vorba nu va fi formalizată decât începând cu Renașterea. Cu toate acestea, fără să se îndoiască de acțiunile lor și fără altă pretenție în afară de aceea de a-și decora vasele cu linii armonioase și originale, acești olari preistorici erau pe cale să realizeze primele raționamente ale unei discipline fantastice care va agita o întreagă comunitate de matematicieni câteva mii de ani mai târziu.

Mă uit peste notițele mele și constat că le-am inventariat aproape pe toate. Oare? Una dintre cele șapte frize încă îmi scapă. Mă așteptam la acest lucru, căci este în mod evident cea mai complicată din listă. Caut o friză care întoarsă pe orizontală ar arăta la fel, dar decalată cu jumătatea lungimii unui motiv. Astăzi o numim simetrie prin alunecare. O adevărată provocare pentru mesopotamienii noștri.

Totuși sunt încă departe de a fi parcurs toate sălile, așadar nu-mi pierd speranța. Căutarea continuă. Observ și cel mai mic detaliu, și cel mai mic indiciu. Cele șase categorii, cele pe care deja le-am observat, se acumulează. În carnetul meu apar date, scheme și alte mângăleli care se amestecă. În ciuda tuturor acestora, tot nu găsesc niciun semn al celei de-a șaptea frize misterioase.

Deodată, simt un val de adrenalină. În spatele unei vitrine, tocmai observ un obiect cu o înfățișare destul de jalnică, un simplu fragment. Totuși, de sus în jos, patru frize parțiale, dar vizibile se suprapun, iar una dintre ele îmi atrage brusc atenția. Cea de-a treia. Este compusă din fragmente asemenea unor dreptunghiuri înclinate

care se întretaie în formă de spic. Clipesc de emoție. Observ atent motivul și îl desenez repede în carnet ca și cum mi-ar fi frică să nu dispară de sub ochii mei. Este geometria pe care o caut. Este vorba despre simetria prin alunecare. Cea de-a șaptea friză a fost demascată.



Alături de obiect, indicația spune: *Fragment de ceașcă cu decorațiune orizontală de benzi și romburi ascuțite – mijlocul celui de-al V-lea mileniu înainte de Hristos.*

O reșez mental în cronologia mea. Mijlocul mileniului V înainte de Hristos. Ne aflăm încă în preistorie. Cu mai mult de o mie de ani înainte de inventarea scrierii, iar olarii mesopotamieni listaseră deja, fără să știe, toate cazurile unei teoreme care nu va fi enunțată și demonstrată decât șase mii de ani mai târziu.

Câteva săli mai încolo întâlnesc un vas cu trei anse, care intră în clasament la cea de-a șaptea categorie. Chiar dacă motivul s-a transformat în spirală, structura geometrică rămâne aceeași. Puțin mai încolo, un altul. Aș vrea să merg mai departe, dar, deodată, decorul se schimbă și iată-mă ajuns la capătul colecțiilor orientale. Dacă aș continua să merg, aș ajunge în Grecia. Arunc o ultimă privire peste notițele mele. Frizele cu simetrie alunecată se numără pe degetele de la o mână. Mă trec căldurile.

Cum recunoaștem cele șapte categorii de frize?

Prima categorie este cea a frizelor care nu au nicio proprietate geometrică particulară. Pur și simplu, un motiv care se repetă fără nicio simetrie sau centru de rotație. Este mai ales cazul frizelor care nu se bazează pe figuri geometrice, ci pe desene figurative, precum cele de animale.



A doua categorie le cuprinde pe cele pentru care linia orizontală ce taie friza în două părți devine o axă de simetrie.



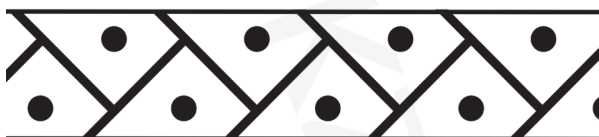
A treia categorie grupează frizele care au o axă de simetrie verticală, caz în care friza constă într-un motiv care se repetă pe orizontală, iar axele de simetrie pe verticală se repetă și ele.



A patra categorie este cea a frizelor invariabile printr-o rotație la 180 de grade. Fie că priviți aceste frize normal, fie cu capul în jos, veți vedea mereu același lucru.



A cincea categorie este cea a simetriilor prin alunecare. Este vorba despre faimoasa categorie pe care tocmai am descoperit-o în zona Mesopotamiei. Dacă răsuciți una dintre aceste frize pe o axă de simetrie orizontală (aceeași ca în cazul celei de-a doua categorii), atunci friza obținută se aseamănă, dar o găsim decalată cu lungimea unei jumătăți de motiv.



Celor de-a șasea și de-a șaptea categorii nu le corespund noi transformări geometrice, ci regăsim aici combinate mai multe proprietăți întâlnite în categoriile anterioare. Astfel, frizele celei de-a șasea categorii sunt cele care au totodată o simetrie orizontală, una verticală și un centru de rotație cu 180 de grade.